



Wolfgang König · Jürgen Sprekels *Hrsg.*

Karl Weierstraß (1815–1897)

Aspekte seines Lebens und Werkes –
Aspects of his Life and Work

Karl Weierstraß (1815–1897)

Wolfgang König · Jürgen Sprekels
Herausgeber

Karl Weierstraß (1815–1897)

Aspekte seines Lebens und Werkes –
Aspects of his Life and Work

 Springer Spektrum

Herausgeber

Wolfgang König
Jürgen Sprekels
Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik
Berlin, Deutschland

ISBN 978-3-658-10618-8
DOI 10.1007/978-3-658-10619-5

ISBN 978-3-658-10619-5 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Planung: Ulrike Schmickler-Hirzebruch

Fotonachweis Umschlag: © Universitätsbibliothek der Humboldt-Universität zu Berlin, Porträtsammlung: Weierstraß, Karl

Textgestaltung: Micaela Krieger-Hauwede

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Fachmedien Wiesbaden ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort

Wolfgang König und Jürgen Sprekels

Mit diesem Band würdigt das Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik (WIAS) seinen Namenspatron, den großen Mathematiker Karl Theodor Wilhelm Weierstraß (31. Oktober 1815 bis 19. Februar 1897) aus Anlass seines 200. Geburtstags.

Karl Weierstraß war eine der hervorragendsten Mathematikerpersönlichkeiten Deutschlands und trug viel zu einer der Glanzzeiten der Berliner Mathematik bei, die im Nachhinein eine Goldene Zeit genannt wurde und fest mit den Namen Ernst Eduard Kummer und Leopold Kronecker und eben Karl Weierstraß verknüpft ist. Nach allgemeiner Auffassung fallen Beginn und Ende dieser Goldenen Zeit mit dem Antritt der Professur durch Weierstraß am Berliner Gewerbeinstitut 1856 bzw. mit seinem Tode 1897 zusammen, was seine außerordentliche Bedeutung für die Mathematik Berlins unterstreicht. Diese Bedeutung fiel ihm zu durch eine Reihe fundamentaler Forschungsergebnisse, aber auch durch eine außerordentliche Hinwendung zur Vorlesungstätigkeit und zur Ausbildung und Förderung junger Talente und nicht zuletzt auch durch die Ausübung seiner Funktionen in der Wissenschaftspolitik, etwa als Dekan der Philosophischen Fakultät und als Rektor der Berliner Universität in den 1870er Jahren. Seine Berufung nach Berlin – zunächst 1856 an das Gewerbeinstitut, acht Jahre später als ordentlicher Professor an die Berliner Universität – verdankte er einem Artikel aus dem Jahre 1854 im renommierten Crelle'schen Journal, den er noch als Lehrer am Gymnasium in Braunsberg verfasst hatte.

Zur Orientierung seien hier die wichtigsten Lebensdaten von Karl Weierstraß aufgeführt. Geboren 1815 in Ostenfelde bei Warendorf im Regierungsbezirk Münster, besuchte er von 1829 bis 1834 das Gymnasium in Paderborn und studierte anschließend auf Wunsch des Vaters Kameralistik in Bonn, brach dann jedoch das Studium ohne Examen ab, um für zwei Jahre ein Lehramtsstudium der Mathematik in Münster aufzunehmen. Anschließend arbeitete er als Gymnasiallehrer, zunächst in Münster, später in Deutsch-Krone in Westpreußen und in Braunsberg in Ostpreußen. Gleichzeitig entwickelte er nebenher aber seine Theorie der analytischen Funktionen, und zwar schon ab 1841. Mit einem wissenschaftlichen Fachartikel mit dem Titel *Zur Theorie der Abelschen Funktionen* im angesehenen Crelle'schen Journal im Jahre 1854 wurde er in mathematischen Kreisen schlagartig bekannt. Als Folge erhielt er 1854 die Ehrendoktorwürde der Universität Königsberg, und man versuchte ihn für Berlin zu gewinnen. Ab 1856 unterrichtete er am Königlichen Gewerbeinstitut Berlin (1879 in die Technische Hochschule integriert, dem Vorgängerinstitut der Technischen Universität). Der Berliner Universität schon seitdem durch eine Außerordentliche Professur verbunden, erhielt er erst acht Jahre später dort

eine Ordentliche Professur. Seit seiner Ankunft in Berlin scharten sich zahlreiche Schüler um ihn und verbreiteten die Inhalte seiner Vorlesungen durch viele Mitschriften (über deren Qualität er nicht in jedem Fall erfreut war). Ende 1861 erlitt er einen Zusammenbruch und musste die Vorlesungstätigkeit für ein Jahr ruhen lassen, trieb aber seine Forschungen weiter. Anfang der 1870er Jahre bekleidete er nacheinander die Ämter des Dekans der Philosophischen Fakultät und des Rektors der Berliner Universität. Er heiratete nie. 1875 erhielt er den Orden „Pour le Mérite“, 1892 die Helmholtz-Medaille und 1895 die Copley-Medaille der Royal Society of London, zu seinem 70. Geburtstag 1885 wurden Feierlichkeiten abgehalten. Seine letzte Vorlesung hielt er im Sommersemester 1889. Am 19. Februar 1897 starb er in Berlin an einer Lungenentzündung.

Weierstraß' Bedeutung für die Weltmathematik ist fundamental. Sein Streben nach Strenge in den Grundlagen der Analysis wurde schon zu Lebzeiten legendär. Er setzte damit neue Maßstäbe und zwang die mathematische Gemeinschaft zu einer neuen Qualität der Behandlung grundlegender Eigenschaften reeller Funktionen. Mit seinen gefürchteten Gegenbeispielen bei Vernachlässigung dieser hohen Genauigkeit erwarb er sich einen Ruf als ein Erneuerer der Analysis. Berühmt ist das Aufsehen, das er 1872 in der mathematischen Gemeinschaft erregte, als er eine stetige, aber nirgends differenzierbare Funktion explizit konstruierte; war man doch bis anhin allgemein davon ausgegangen, dass die Menge der Nichtdifferenzierbarkeitsstellen einer jeden stetigen Funktion im allgemeinen eine sehr kleine Menge sein sollte. Den großen Eindruck, den dieses Gegenbeispiel machte, kann man an dem ehrfürchtigen Namen Monsterfunktion ablesen. Ähnlichen Eindruck hatte schon 1870 seine Kritik am Dirichlet'schen Prinzip gemacht, indem er die Unlösbarkeit der Dirichlet'schen Randwertaufgabe zeigte, wenn die Lösung eine gewisse Regularität aufweisen soll.

Auf Grund der großen Bedeutung vieler seiner Ergebnisse und Neuerungen hat der Name Weierstraß an vielen Stellen in der Mathematik einen festen Platz im allgemeinen mathematischen Sprachgebrauch erhalten. Außer der sprichwörtlichen Weierstraß'schen Strenge sind dies diverse Bezeichnungen von mathematischen Sätzen. In der Tat gibt es mehrere „Sätze von Weierstraß“, etwa den berühmten Approximationssatz (auch nach Stone benannt) oder den Satz von Bolzano-Weierstraß oder den Satz von Casorati-Weierstraß. Ferner tragen von ihm konstruierte Objekte seinen Namen wie die Weierstraß'sche \wp -Funktion aus der Theorie der elliptischen Funktionen oder der Begriff des Elementarteilers in der Algebra, und es gibt nach ihm benannte Funktionen, Punkte, Tests und Transformierte. Weiterhin wurden mehrere Dinge durch ihn wenn nicht erfunden, aber doch in die wissenschaftliche Praxis in Forschung und Lehre eingeführt und bekamen dort ihren festen Platz bis heute. Man denke nur an die allseits bekannte Epsilon-Delta-Definition der Stetigkeit, die heutzutage wieder aus den Schulplänen entfernt wird, oder den Begriff einer analytischen Funktion.

Aber auch in der Vorlesungstätigkeit leistete Weierstraß Außerordentliches. Seine Vorlesungen übertrugen seine neuen Vorstellungen über die Fundamente der Analysis direkt in die Ausbildung und waren daher Attraktionen erster Art. Oft berichtet wurde die Aussage, dass seine Vorlesungen bis zu 250 (!) Hörer anzogen, gerade weil man in ihnen die neuesten Entwicklungen der Analysis sozusagen hautnah mitverfolgen konnte. (Im Ge-

gensatz dazu ließ sein – ebenfalls hochberühmter – Kollege Ernst Eduard Kummer seine Vorlesungen ausschließlich auf lange bekanntem und gesichertem Material basieren.)

Auch sein Eintreten für die Förderung neuer Talente ging über ein übliches Maß weit hinaus. Insbesondere die Förderung der Sofja Kowalewskaja (1850–1891) ging in die Wissenschaftsgeschichte ein. In einer Zeit, die sich noch nicht der Ausbildung von jungen Frauen geöffnet hatte, erkannte er ihr großes Talent und erteilte ihr ab 1870 Privatvorlesungen. Sie nahm auch eine große Entwicklung und wurde zur ersten Professorin der Mathematik weltweit, und zwar zu Zeiten, in denen Frauen in manchen Wissenschaftsnationen der Besuch von Vorlesungen verwehrt war. Sie blieb ihrem Mentor ein Leben lang eng verbunden; tatsächlich gehörte sie zu den ganz wenigen Menschen, mit denen sich Karl Weierstraß duzte. Weitere bekannte Schüler sind Georg Cantor, Ferdinand Georg Frobenius, Hermann Amandus Schwarz und Gösta Mittag-Leffler.

Eine große Popularität außerhalb der Welt der Mathematik erlangte Karl Weierstraß nie, auch wenn man sich 1976 entschloss, einen Mondkrater mit einem Durchmesser von 33 Kilometern und einer Tiefe von 2,4 Kilometern nach ihm zu benennen. Ein Asteroid aus dem Gürtel zwischen Mars und Jupiter, der 1997 entdeckt wurde, erhielt den Namen „14100 Weierstraß“. Eine Grundschule in seinem Geburtsort Ostenfelde wurde nach Karl Weierstraß benannt, trägt mittlerweile allerdings nicht mehr diesen Namen. Weierstraßwege gibt es in Ostenfelde, Münster und Paderborn. Sein Grab auf dem Sankt-Hedwig-Friedhof I in Berlin-Mitte wurde im Jahre 1961 zu einem Opfer des Baus der Berliner Mauer, die den Ort seines Grabes beanspruchte. Daher wurde einige Meter entfernt eine Grabstätte eingerichtet, die bis 2014 den Status eines Ehrengrabes hatte, der ihm allerdings dann bedauerlicherweise wieder aberkannt wurde.

Als das mathematische Institut der Akademie der Wissenschaften der Deutschen Demokratischen Republik in den 1970er Jahren nach einem geeigneten Patron für einen Ehrennamen des Instituts suchte, setzte sich auch – trotz oder gerade wegen einiger Diskussionen auch über andere Vorschläge – die Person Weierstraß durch, nachdem man übereingekommen war, eine Persönlichkeit der Mathematik des Berliner Raumes zu wählen. Da dieses Institut die gesamte Mathematik vertrat, spiegelte diese Namensgebung schon eine bemerkenswerte historische Einschätzung von Karl Weierstraß wider. Nach der Auflösung der Akademie nach der Wende und der Entscheidung für die Neugründung eines neuen außeruniversitären mathematischen Forschungsinstituts an gleicher Stelle stand natürlich auch die Frage des Namens wieder zur Disposition. Diesmal sollte es ein Institut der Angewandten Mathematik sein, und aus formalen Gründen musste es eine kurze Übergangszeit ohne Kontinuität geben, aber Anfang der 1990er Jahre gab es eine starke Übereinstimmung über die Namensgebung: Das neue Angewandte Institut sollte natürlich auch nach Karl Weierstraß benannt werden. Die starke Ausrichtung in der Analysis tat ein Übriges für diese Entscheidung. Zwar kann man Weierstraß nicht als einen Angewandten Mathematiker par excellence bezeichnen, doch ist eine seiner Leistungen, das grundlegende Weierstraß-Theorem, das besagt, dass jede stetige Funktion auf einem Kompaktum ihr Minimum und ihr Maximum annimmt, einer der wichtigsten Eckpfeiler der heutigen nichtlinearen Optimierung. Das Weierstraß-Institut ist sich dieser Ehre bewusst und tut sein Bestes, sich ihrer würdig zu zeigen.

Weierstraß war einer der renommiertesten Mathematiker, deren Wirken mit dem Berliner Raum wesentlich verbunden war. Es ist dem Weierstraß-Institut eine große Ehre, das Andenken an ihn und seine Leistungen hoch zu halten. Aus diesem Grunde und aus dem Anlass seines 200. Geburtstags am 31. Oktober 2015 initiierte es die Erarbeitung des vorliegenden Bandes und besorgte seine Herausgabe. Ferner organisiert es eine Festveranstaltung am Geburtstag in der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, auf der dem mathematisch interessierten Publikum Vorträge der acht Autoren geboten werden und Grußadressen hochrangiger Vertreter der Berliner und der deutschen Wissenschaftslandschaft gehalten werden.

Im vorliegenden Band widmen sich acht hervorragende Mathematikhistoriker zentralen Aspekten des Lebens und des Werks des Jubilars in neuen, hier erstmals veröffentlichten Aufsätzen. Im Zuge der Vorbereitung wurde der Nachlass Weierstraß', der immer noch die eine oder andere kleine Überraschung birgt, gründlich durchgesehen und ausgewertet, und einige Dinge wurden in ein neues Licht gerückt oder neu bewertet. Alle acht Artikel wurden für eine breite wissenschaftlich interessierte Öffentlichkeit verfasst.

Jürgen Elstrodt entwirft ein Bild der frühen Jahre im Leben Weierstraß', in denen er durch sein Aufwachsen und seine Ausbildung an verschiedenen Orten im Westen Deutschlands und durch seine Jahre als Lehrer in Deutsch-Krone und Braunsberg geprägt wurde und seine ersten mathematischen Studien entwickelte. Reinhard Bölling unterzog den Nachlass Weierstraß' einer genaueren Untersuchung, um ein gesamtes Panorama eines biographischen Überblicks zu entwerfen, insbesondere seine Kontakte mit Sofja Kowalewskaja und Leopold Kronecker und Äußerungen Anderer über ihn sowie die frühesten Spuren einiger seiner berühmtesten Sätze und Konzepte. Eberhard Knobloch berichtet an Hand von Archivmaterial, das zum Teil hier zum ersten Mal ausgewertet wird, von vielen Facetten der Zusammenarbeit Weierstraß' mit der Preußischen Akademie der Wissenschaften, wie Herausgabebetätigkeiten seiner und anderer Werke, seine Vorschläge für neue Akademiemitglieder und seine Publikationen in den Organen der Akademie. Ausgangspunkt und zentrales Thema für Weierstraß' mathematisches Schaffen war die Theorie der elliptischen und, insbesondere, der Abelschen Funktionen, worüber Peter Ullrich berichtet.

Umberto Bottazzini gibt einen Überblick über die Weierstraß' Entwicklung der analytischen Funktionentheorie ab den frühen 1860er Jahren an Hand seiner Forschungen und Vorlesung(smitschrift)en. Fabrizio Catanese diskutiert Zusammenhänge zwischen den Auffassungen von Weierstraß und Legendre von Normalformen für elliptische Kurven und Quadrikenbündel. Reinhard Siegmund-Schultze untersucht die Hintergründe des Zustandekommens einer Vorlesung, die Weierstraß im Sommer 1886 über die Grundlagen der Theorien der reellen und komplexen Funktionen gehalten hat. Hierin spielte insbesondere sein berühmter Approximationssatz eine zentrale Rolle. An Hand von Weierstraß' berühmter Kritik am Dirichlet-Prinzip entwickelt Tom Archibald eine Untersuchung der Rolle von Gegenbeispielen in der Mathematik für die Schärfung der Strenge.

Karl Weierstraß' Nachlass wurde bekanntlich von Weierstraß' Schüler Gösta Mittag-Leffler nach Schweden verbracht und wird dort von dem gleichnamigen, renommierten Institut in Djursholm, einem Vorort Stockholms, gepflegt. Auch und gerade für die Vorbereitung der Forschungen, die einigen der Beiträge dieses Bandes zugrunde liegen, wurde

dieses Archiv zu Rate gezogen und neueren, tiefer als bisher gehenden Untersuchungen unterworfen. Als Auftakt dieses Festbandes erzählt der Bibliothekar des Mittag-Leffler-Instituts, Mikael Rågstedt, die spannende Geschichte dieses Archivs und des Nutzens, der daraus gezogen wurde.

Das Weierstraß-Institut hofft, mit diesem Festband einen neuen Beitrag zur Weierstraß-Forschung und zur ehrenden Würdigung der Verdienste des Jubilars zu leisten.

Wolfgang König und Jürgen Sprekels

Berlin, im Mai 2015

Preface

Wolfgang König and Jürgen Sprekels

With this volume, the Weierstraß Institute for Applied Analysis and Stochastics (WIAS) honors the man that inspired its name, the famous mathematician Karl Theodor Wilhelm Weierstraß (born: October 31, 1815, died: February 19, 1897), on the occasion of his 200th birthday.

Karl Weierstraß was one of Germany's most prominent mathematicians. He contributed greatly to one of the heydays of Berlin mathematics, a period that was later called the 'Golden Era' and is associated with the names of Ernst Eduard Kummer, Leopold Kronecker and, especially, Karl Weierstraß. His outstanding importance for mathematics in Berlin is underlined by the commonly held view that the beginning and end of this 'Golden Era' are marked respectively by Weierstraß's acceptance of a professorship at the 'Gewerbeinstitut' in Berlin in 1856 and his death in 1897. This importance was not only due to his numerous fundamental scientific results, but also his extraordinary commitment to lecturing, his education and promotion of promising young talents, and last, but not least, his functions in science policy in the 1870s as the Dean of the Faculty of Philosophy and as the Rector of the Berlin University. He owed his assignment to professorships in Berlin – first in 1856 at the 'Gewerbeinstitut', eight years later as a full professor with the Berlin University – to a research paper that appeared in 1854 in the renowned Crelle's Journal and was written when he still was working as a teacher at the gymnasium in Braunsberg.

As an orientation, let us briefly recall Weierstraß's timeline. Born 1815 in Ostenfelde near Warendorf in the district of Münster, he attended from 1829 to 1834 the gymnasium in Paderborn. Afterwards, at the request of his father, he took up a study of Administrative Sciences in Bonn, which he cut short without examination. In the following two years, he studied mathematics in order to begin a career as a secondary school teacher, first in Münster and thereafter in Deutsch-Krone in West Prussia and Braunsberg in East Prussia. At the same time, beginning already in 1841, Weierstraß developed his theory of analytic functions. With his research paper '*Zur Theorie der Abelschen Funktionen*', which appeared in 1854 in Crelle's Journal, he suddenly became known to the general mathematical community. Consequently, in 1854 he was awarded an honorary doctorate by the University of Königsberg, and Berlin made an attempt to win him over. From 1856, he taught at the Königliches Gewerbeinstitut Berlin (which was in 1879 integrated into the Königliche Technische Hochschule Charlottenburg, the predecessor of today's Technische Universität Berlin). Although he also held an extraordinary professorship at the Berlin University, it took eight years until he obtained a full professorship at the Berlin

University. Upon Weierstraß's arrival in Berlin, many students gathered around him and disseminated the contents of his lectures through numerous lecture notes (whose quality sometimes did not please him). In late 1861, he suffered a breakdown and had to stop his teaching activities for one year, while however continuing his scientific work. In the early 1870s, Weierstraß subsequently served as the Dean of the Faculty of Philosophy and as the Rector of the Berlin University. He never married. In 1875, he was awarded the order 'Pour le Mérite', in 1892 the Helmholtz Medal, and in 1895 the Copley Medal of the Royal Society of London. His 70th birthday was celebrated in 1885. He gave his last lecture in the summer semester 1889. Weierstraß died on February 19, 1897, from pneumonia.

Weierstraß' work was of fundamental importance for the worldwide development of mathematics. His insistence on rigor in the foundation of analysis became highly renowned already during his lifetime. He set new standards and made the mathematical community adopt a higher quality of treating the fundamental properties of real functions than what was believed necessary before. With his formidable counterexamples in cases when this degree of rigor was not met, he earned his fame as a renovator of analysis. Fame led to concern from the worldwide mathematical community, when in 1872 he succeeded in the explicit construction of a continuous function which is nowhere differentiable; before this, the common belief was that the set of points of non-differentiability of a continuous function should generally be 'small'. The great impact that his counterexample made can be recognized by the term 'monster function' sometimes given to this function. A similar impact was made in 1870 with his criticism of 'Dirichlet's principle', when he showed that Dirichlet's boundary value problem may be unsolvable if the solution has to meet certain regularity requirements.

Due to the importance of many of his results and innovations, the name 'Weierstraß' has received in many mathematical fields a firm status in the general linguistic usage. Besides the proverbial 'Weierstrassian rigor', numerous theorems are named after him. Indeed, there are several 'Theorems of Weierstraß', for instance, the famous result from approximation theory (which is also named after Stone) known as the Bolzano-Weierstraß and Casorati-Weierstraß theorem. Moreover, several mathematical objects introduced by Weierstraß bear his name, such as the Weierstraß \wp function from the theory of elliptic functions, the notion of elementary divisors in algebra; also certain functions, points, tests and transforms bear his name. In addition, there are a number of techniques and notions that, if not invented by him, became popular through him to find their way into the scientific practice of research and teaching ever since. Typical such cases are the familiar epsilon-delta definition of continuity (which nowadays is disappearing from the curricula in German secondary schools) or the notion of analytic functions.

Furthermore, Weierstraß's achievements in teaching were truly outstanding. His classroom lectures, in which his new concepts for the foundation of analysis were directly transferred into scientific education, were a prime attraction. A popular fact is that his lectures attracted an audience of up to 250 (!) attendants, because there the latest developments of analysis could be followed closely. (In contrast, his – equally famous – colleague Eduard Kummer based his lectures exclusively on material that had been well-established and well-known for a long time.)

Also his support for new talents exceeded the usual extent by far. In particular, his support of Sofia Kovalevskaya (1850–1891) was duly recorded in the history of science. In a society that had not opened yet to the idea of educating young women, he recognized her outstanding talent and, from 1870 on, gave her private. Sofia Kovalevskaya had an extraordinary career, becoming the world's first female professor of mathematics, during a time when many nations barred women from attending university lectures. She maintained a close connection with her mentor for the rest of her life, and, in fact, was one of the very few persons ever with whom Weierstraß was on first-name terms. Other renowned students of Weierstraß included Georg Cantor, Ferdinand Georg, Hermann Amandus Schwarz, and Gösta Mittag-Leffler.

Karl Weierstraß never became very well-known outside of the mathematical community. However, in 1976 it was decided to name after him a moon crater having a diameter of 33 km and a depth of 2.4 km. Moreover, an asteroid located in the belt between Mars and Jupiter, which was discovered in 1997, was given the name "14100 Weierstraß". Also an elementary school in his birthplace Ostenfelde was named after him, but does not bear this name anymore. A "Weierstraßweg" each exists in Ostenfelde, Münster and Paderborn. Karl Weierstraß was buried on the graveyard Sankt-Hedwig-Friedhof I in the center of Berlin. In 1961, his grave fell victim to the erection of the Berlin Wall, which crossed its location. Consequently, a new gravesite, a few metres away, was established for Weierstraß, which, until 2015, had the official status of an honorary grave of the Senate of Berlin; unfortunately, this status was not further maintained.

When, during the 1970s, the institute of mathematics of the Academy of Sciences of the then German Democratic Republic was looking for an eligible person to become the institute's patron, and after it had been decided that this should be someone from the Berlin area, the name of Karl Weierstraß was finally chosen among several proposed candidates. Since this institute represented the entire field of mathematics, this naming meant a remarkable historical appreciation of Karl Weierstraß. After the reunification of the two German states, the Academy of Sciences of the GDR was dissolved; however, it was decided to found a new non-university research institute for mathematics at the same place, which had to be named. The new institute was intended to be an institute for applied mathematics, and for formal reasons there had to be a short period of transition without name. However, in the early 1990s there was a strong consensus in the institute: the newly-founded applied institute should of course be named after Karl Weierstraß again. The strong focus on analysis was important for this decision. And although Weierstraß was certainly not an applied mathematician par excellence, one of his main results, namely, the Weierstraß theorem stating that every continuous function attains its maximum and minimum on a compact set, is still one of the most important cornerstones of modern nonlinear optimization. The Weierstraß Institute honors this legacy and tries its best to prove worthy of its name.

Weierstraß was one of the most renowned mathematicians whose works were essentially linked to the Berlin area. It is thus a great honor for the Weierstraß Institute to pay tribute to his legacy. For this reason, and on the occasion of his 200th birthday on October 31, 2015, WIAS took the initiative to create and edit this monograph. WIAS is also organizing for his birthday a commemorative event in the Berlin-Brandenburg Academy

of Sciences, during which the mathematically interested audience will be given lectures by the nine authors as well as addresses by several high-ranking representatives of the scientific communities of Berlin and Germany.

In the present book, eight outstanding historians of mathematics shed light on central aspects of Karl Weierstraß's life and work in original articles that are published here for the first time. During the preparation, Weierstraß's unpublished works, which can still hide some small surprises, were thoroughly revised and analyzed, and certain facts were brought to a different light or given a new interpretation. These eight articles were written for the general public.

Jürgen Elstrodt outlines a panorama of the early years in Weierstraß's life, during which he was shaped by his adolescence and education at different locations in West Germany and by his years as a Gymnasium teacher in Deutsch-Krone and Braunsberg, where he developed his first mathematical studies. Reinhard Bölling made a detailed study of Weierstraß's unpublished works in order to develop the full panorama of his biographic survey, with special reference to his contacts with Sofia Kovalevskaya and Leopold Kronecker, to statements of others about him, as well as to the earliest traces of some of his most famous theorems and concepts. By means of material from archives, which was partially evaluated here for the first time, Eberhard Knobloch reports on various facets of the cooperation between Weierstraß and the Prussian Academy of Sciences, such as the edition of his and others' works, his proposals for new academy members, and his publications in the journals of the academy. The starting point and central topic of the mathematical research of Weierstraß was the area of elliptic and, in particular, Abelian functions. Peter Ullrich reports on this. By using his investigations and classroom scripts, Umberto Bottazzini gives an overview of Weierstraß's development of analytic function theory, beginning with the early 1860s. Fabrizio Catanese discusses the connections between the concepts of Weierstraß and Legendre for normal forms of elliptic curves and quadric bundles. By mainly invoking the viewpoints of others, Reinhard Siegmund-Schultze investigates the background of the lecture that Weierstraß gave in Summer 1886 on the basics of the theories of the real and complex functions. Here, his famous approximation theorem played an important role. By means of Weierstraß's famous criticism of the Dirichlet principle, Tom Archibald investigates the role of counterexamples for the improvement of rigor in mathematics.

As is commonly known, Karl Weierstraß's unpublished works were brought to Sweden by his student Gösta Mittag-Leffler, where they are cultivated at the renowned Mittag-Leffler Institute in Djursholm, a suburb of Stockholm. Specifically for the preparation of the research reported in this volume, this archive was consulted and subjected to new and deeper investigations than previously. In the prelude of this commemorative volume, Mikael Rågstedt, the librarian of the Mittag-Leffler Institute, reports on the exciting history of this archive and the benefits due to its use.

The Weierstrass Institute hopes that this commemorative volume will contribute both to the historical research on Weierstraß and to the honoring of his truly impressive achievements and merits.

Inhaltsverzeichnis/Contents

Vorwort	v
<i>Wolfgang König und Jürgen Sprekels</i>	
Preface	xi
<i>Wolfgang König and Jürgen Sprekels</i>	
Prelude	
Gösta Mittag-Leffler and his quest for the Weierstraß legacy	1
<i>Mikael Rågstedt</i>	
1 Die prägenden Jahre im Leben von Karl Weierstraß	11
<i>Jürgen Elstrodt</i>	
2 Zur Biographie von Karl Weierstraß und zu einigen Aspekten seiner Mathematik	53
<i>Reinhard Bölling</i>	
3 Weierstraß und die Preußische Akademie der Wissenschaften	123
<i>Eberhard Knobloch</i>	
4 Karl Weierstraß and the theory of Abelian and elliptic functions	143
<i>Peter Ullrich</i>	
5 Building analytic function theory: Weierstraß's approach in lecture courses and papers	165
<i>Umberto Bottazzini</i>	
6 Monodromy and normal forms	195
<i>Fabrizio Catanese</i>	
7 Weierstraß's Approximation Theorem (1885) and his 1886 lecture course revisited	219
<i>Reinhard Siegmund-Schultze</i>	
8 Counterexamples in Weierstraß's work	269
<i>Tom Archibald</i>	
Addresses and Curricula Vitae of the authors	287

Prelude: Gösta Mittag-Leffler and his quest for the Weierstraß legacy

Mikael Rågstedt

Institut Mittag-Leffler, Djursholm, Sweden

Abstract

The article gives an account of how it happened that a substantial part of the *Nachlass* of Karl Weierstraß ended up in a villa outside Stockholm in Sweden. The private residence, which included many library rooms and large archive facilities, was built by the Swedish mathematician Gösta Mittag-Leffler. His intention became clear in 1916 when he founded the mathematical research institute which now bears his name. Ever since Mittag-Leffler first attended Weierstraß's lectures in Berlin he had felt a great admiration for the master and his mathematical ideas. They formed a lifelong friendship, and after Weierstraß's death it became a growing concern for Mittag-Leffler to collect and preserve as much as possible of the scientific material and biographical information related to Weierstraß. Through letters and documents at Institut Mittag-Leffler we may follow his *modus operandi* for achieving these ends.

1 Introduction

Since more than a century a large part of the known documents bearing witness to the life and work of Karl Weierstraß is located at Institut Mittag-Leffler in Djursholm outside Stockholm. Sources from the collections at the Institute tell us that this did not happen by chance. It is the story of Weierstraß's most fervent disciple and dedicated admirer, the Swedish mathematician Gösta Mittag-Leffler (1846–1927).

2 Contact and friendship

According to Mittag-Leffler the name of Weierstraß and his mathematics were virtually unknown in Uppsala when he took his doctor's degree there in 1872. The sporadic international influences came from the French school, notably Cauchy. The unimpressive dissertation gave him, however, the opportunity for a three-year travelling stipend. He